

**Fonaments matemàtics,  
psicopedagògics i curriculars  
per a la generació d'activitats de  
càlcul mental per a  
l'ensenyament primari, amb el  
mòdul Arith del Clic 2**

Jordi Quintana i Albalat

1995

Fonaments matemàtics, psicopedagògics i curriculars per a la generació d'activitats de càlcul mental per a l'ensenyament primari, amb el mòdul Arith del Clic 2

Jordi Quintana i Albalat

1995



Generalitat de Catalunya  
Departament d'Ensenyament  
**Programa d'Informàtica Educativa**

## Índex

1. Introducció i justificació .....	3
2. Fonaments matemàtics i psicopedagògics .....	3
3. Estudi de les operacions .....	9
3.1 Les sumes .....	10
3.2 Les restes .....	13
3.3 Les multiplicacions .....	14
3.4 Les divisions .....	15
4. Fonaments curriculars .....	16
4.1 Decret 95/112, de 28 d'abril, pel qual s'estableix la nova ordenació curricular de l'educació primària .....	16
4.2 Segon nivell de concreció, ofert pel Departament d'Ensenyament per orientar al centres en el seu procés d'elaboració. Selecció i adaptació de referències al càlcul mental .....	18
Annex 1. Sobre les taules .....	23
Bibliografia .....	25



# Fonaments matemàtics, psicopedagògics i curriculars per a la generació d'activitats de càlcul mental per a l'ensenyament primari, amb el mòdul Arith del Clic 2

*"Saps sumar?" va preguntar la Reina Blanca.  
"Quants fan un i un i un i un i un i un i un i un i un i un?"  
"No ho sé", digué Àlicia, "He perdut el compte".*

(Lewis Carroll, *Àlicia a través del mirall*)

## 1. Introducció i justificació

El present document pretén ser una eina per a tot el professorat que desitgi crear activitats de càlcul mental amb el mòdul Arith del Clic 2. En ell presentem una proposta de graduació de dificultats en les sumes, les restes, les multiplicacions i les divisions, degudament justificada.

Tal com hem esmentat, aquesta graduació és només una proposta que pot servir tant de model com de punt de partida per elaborar una correcta seqüenciació de continguts de càlcul mental, que permeti generar activitats de dificultat progressiva i acumulativa.

## 2. Fonaments matemàtics i psicopedagògics

La present agrupació de tipologies de sumes, restes, multiplicacions i divisions, realitzada en funció de dificultats d'estructura i de resolució, s'han d'entendre en el marc de les conclusions a què T. P. Carpenter i J. Moser (1983) van arribar després de realitzar diversos estudis sobre la graduació de dificultats de les 100 sumes i restes bàsiques (10x10).

Aquests autors van concloure que **no hi ha un ordre intrínsec de dificultat entre combinacions numèriques, sinó que la dificultat és relativa a moltes situacions, la principals de les qual és el mètode d'ensenyament i d'aprenentatge seguit.**

A continuació presentem tres casos de possibles dificultats de resolució d'operacions presentades horitzontalment, que són les que generalment es resolen mitjançant el càlcul mental.

### 1) Degudes a la posició de la incògnita

Una operació de dos operadors pot presentar-se de tres maneres diferents en funció del lloc d'ubicació de la incògnita:  $A+B=\bullet$ ,  $A+\bullet=C$  i  $\bullet+B=C$ . Sembla ser que aquest és precisament l'ordre de dificultats creixents.

Aquestes possibilitats estan recollides les tres primeres opcions de la secció **Incògnita** de la finestra de diàleg de configuració del mòdul Arith2 del Clic 2, presentades com  $A @ B = ?$ ,  $A @ ? = C$  i  $? @ B = C$ , on ? és la incògnita i @ és l'operació o operacions seleccionades a la secció **Operacions** (suma, resta, multiplicació o divisió).

Una dificultat específica és quan la incògnita és l'operació que s'ha realitzat. Aquest cas està recollit en la quarta opció de la secció **Incògnita** de la finestra de diàleg de configuració del mòdul Arith2 del Clic 2, presentada com  $A ? B = C$ .

### 2) Degudes a la presentació global o a la sintaxi

En funció de la posició global dels elements de la operació (dades i incògnita), les tres situacions anteriors en generen tres més generades a partir de situar el resultat a la dreta del igual:  $\bullet=A+B$ ,  $C=A+\bullet$  i  $C=\bullet+B$ . Inicialment tenen més dificultats de resolució degut tant al trencament de la presentació socialment més generalitzada lligada a la direccionalitat de la lectura visual (d'esquerra a dreta), com per la variació de l'ordenació estàndard de les operacions (entrada  $\rightarrow$  operador  $\rightarrow$  sortida). Aquest tipus d'operacions, que alguns autors n'anomenen simètriques, són més difícils de resoldre que les del punt anterior.

Aquestes possibilitats estan recollides en la darrera opció de la secció **Incògnita** de la finestra de diàleg de configuració del mòdul Arith del Clic 2 presentada com  $C = A @ B$ . Si aquesta opció no està activada, les operacions són del tipus normal  $A @ B = C$ , amb independència del lloc de la incògnita, però si s'activa, també totes són del tipus  $C = A @ B$ , també amb independència del lloc de la incògnita seleccionat.

### 3) Degudes a la relació entre l'ordre de magnitud dels nombres i la seva posició.

Les sis possibilitats esmentades en els punts anteriors queden incrementades a dotze en funció de l'ordre de magnitud dels operadors i de la commutativitat. Així, segons alguns autors no és el mateix  $5+2=\bullet$  que  $2+5=\bullet$ , ja que el fet que el primer nombre sigui més petit que el segon implica un increment de la dificultat de resolució.

Aquest tipus de dificultat és molt pròpia de les sumes i està recollida a la secció **Condicions** de la finestra de diàleg de configuració del mòdul Arith del Clic 2, presentada com a Indiferent,  $A > B$  i  $A < B$ .

Si interseccionem els casos 1 i 3, i ho apliquem a les sumes l'ordenació de més fàcil (1r) a més difícil (6è) de les operacions tipus  $A+B=C$ , sembla que és:

	SITUACIÓ DE LA INCÒGNITA		
	al final	al mig	al principi
$A > B$	$4+2=\square$	$4+\square=6$	$\square+2=6$
ordre	1r	3r	5è
$A < B$	$2+4=\square$	$2+\square=6$	$\square+4=6$
ordre	2n	4rt	6è

Taula 1

Si interseccionen els casos 1 i 2, i hi afegim resta, entesa com a inversa de la suma, Carpenter i Moser (1983, 10) presenten les següents dotze possibilitat, sis sumes i sis restes, donats tres elements:

$A+B=\square$	$A-B=\square$	$\square=A+B$	$\square=A-B$
$A+\square=C$	$A-\square=C$	$C=A+\square$	$C=A-\square$
$\square+B=C$	$\square-B=C$	$C=\square+B$	$C=\square-B$

Taula 2

Així mateix aquests autors presenten els següents resultats dels seus estudis i dels d'altres autors -alguns d'ells molt evidents-, en relació a les dotze operacions de la taula 2:

1. La suma i la resta en forma canònica ( $A+B=\bullet$ ) contenen menys dificultats que les no canòniques ( $A+\bullet=C$ ).
2. Les restes canòniques són més difícils que les sumes canòniques.
3. Les diferències de dificultat entre  $A+\bullet=C$ ,  $\bullet+B=C$  i  $A-\bullet=C$ , no són del tot clares.
4. L'operació en la que falta el minuend ( $\bullet-B=c$ ) és la més difícil de les sis d'una sèrie.
5. Les operacions que tenen el resultat a la dreta de l'igual ( $C=A+\bullet$ ) són més difícils que les que el tenen a l'esquerra.

R. Brissiaud (1993, 148) també va comprovar amb alumnes de 6 anys que l'estructura  $A+\bullet=C$  (cas 1) és més fàcil de resoldre que la  $C=B+\bullet$  (cas 2). En  $A+\bullet=C$  (cas 1) va observar un 60% d'encerts, un 20 % d'errors consistents en sumar  $A+C$  i un altre 20% d'exercicis en blanc. En  $C=B+\bullet$  (cas 2) va observar un 44% d'encerts, un 42 % d'errors consistents en sumar  $C+B$  i un 14% d'exercicis en blanc.

En ambdós casos, però, els percentatges de correcció milloraven, sobretot en el segon ( $C=B+\bullet$ ) que passava del 44% al 69% d'encerts, si es realitzava un treball de lectura de l'operació que no fos el mateix que el de la lectura estàndard d'esquerra a dreta sinó de

lectura cap a la dreta a partir de la igualtat per anar després cap a l'esquerra. Per exemple, en una situació com  $6=2+\bullet$ , en lloc de llegir "sis igual a dos més...", es tractava de llegir "dos més ... és igual a sis".

Resnick i Ford (1990, 35) esmenten una investigació de Knight i Behrens en la qual van estudiar com un grup d'alumnes aprenien i practicaven les 100 primeres combinacions de suma i les 100 de resta, és a dir, les combinacions de dos nombres el resultat dels quals era inferior a 20, com  $1+2$ ,  $6+6$  i  $19-7$ .

La combinació que resultà més difícil va ser la de  $15-6$ , en la qual van caldre una mitjana de 26 intents per fer-la correctament. Una observació interessant va ser el fet que les formes inverses de les combinacions numèriques [les commutatives] no presentaven una dificultat similar, o sigui,  $9+5$  ocupava el lloc dinou en l'escala de dificultats, però  $5+9$  ocupava el lloc 100, és a dir, era la més difícil de totes, o bé que  $3+0$  ocupava el lloc 20, però  $0+3$  ocupava el primer lloc, era la combinació més fàcil de totes.

Un exemple d'aquest estudi el trobem en la taula següent:

Suma	Dificultat sobre 100	Suma	Dificultat sobre 100
$0+3$	1	$8+2$	51
$1+1$	2	$9+2$	55
$1+0$	3	$8+5$	93
$0+1$	6	$7+8$	94
$2+2$	10	$9+7$	95
$9+5$ *	19	$5+8$	97
$3+0$	20	$8+7$	98
$7+7$	46	$7+9$	99
$2+9$	49	$5+9$ *	100

Taula 3

Les mateixes autores (Resnick i Ford, 1990, 37) diuen que:

- En primer lloc, "les combinacions en les qual apareguin totals superiors a 10, acostumen a estar entre les més difícils".
- En segon lloc, "els alumnes tardaven més temps en resoldre les restes, i hi feien més errors que amb la suma".
- En tercer lloc, les operacions "que tenien un sumand en comú (per exemple, totes en les què es suma 7 a un altre nombre), tenien una dificultat semblant, i que aquesta dificultat augmentava en funció del valor del sumand".

Starkey i Gelman (Dickson, Brown i Gibson, 1991, 205) van observar que davant de sumes com  $4+2$  i  $2+4$ , el percentatge d'encerts d'alumnes de 3 anys era del 0.07% en la primera i també del 0.07% en la segona, el d'alumnes de 4 anys era del 0.50% i del 0.25%, i per alumnes de 5 anys, del 0.81% i del 0.56%, fet que posa en evidència la major dificultat de



resolució que té la suma de  $2+4$  comparada amb la de  $4+2$ , tal i com havien dit Resnick i Ford.

En una situació semblant Baroody (1988, 170) diu que operacions com " $2+6=8$  i  $6+2=8$  s'emmagatzemen com a dades separades en diferents llocs de la memòria a llarg termini. Per tant, el record de  $2+6=8$  i de  $6+2=8$  són esdeveniments sense relació psicològica entre si. És a dir, l'obtenció eficaç de  $2+6=8$  no es veu afectada pel coneixement que  $6+2=8$ , ni pel coneixement de la propietat commutativa".

Una altra autora, Kamii (1986, 81), diu que la dificultat de les sumes depèn de la mida o magnitud dels sumands i proposa la següent seqüència d'objectius:

1. Addició de sumands fins a 4;
2. Addició de sumands fins a 6,
3. Addició de dobles ( $2+2$ ,  $3+3$ , etc.) fins a 10.

En aquesta línia l'autora presenta les següents taules de dificultats en un estudi fet al principi i al final d'un curs escolar:

#### Sumes amb sumands d'1 a 6

Suma	Tipus	Dificultat sobre 100		Suma	Tipus	Dificultat sobre 100	
		Oct 80	Juny 81			Oct 80	Juny 81
$2+2$	(1)	4	0	$5+3$		76	37
$5+5$	(1)	4	0	$6+2$	(3)	80	22
$3+3$	(1)	12	0	$2+5$	(3)	84	22
$6+1$	(2)	20	0	$4+5$		88	25
$4+1$	(2)	24	0	$5+2$	(3)	92	0
$4+4$	(1)	28	4	$5+4$		92	29
$1+4$	(2)	28	0	$5+6$		92	50
$1+5$	(2)	64	4	$3+4$		92	29
$5+6$	(1)	72	22	$3+6$		92	37
$2+3$	(3)	72	0	$6+3$		96	21
$4+2$	(3)	72	22	$6+5$		96	46
$3+2$	(3)	72	22	$3+5$		96	37
$2+6$	(3)	72	22	$4+6$		96	33
$2+4$		76	25	$4+3$		100	29

Taula 4

#### Sumes amb sumands entre 7 a 10

Suma	Juny 81	Conclusió	Suma	Juny 81	Conclusió
9+1	0	(2)	9+9	37	(1)
7+2	0	(3)	8+5	46	
1+10	0	(2)	8+8	46	(1)
10+10	0	(1)	7+7	50	(1)
2+8	12	(3)	5+7	50	
7+3	17		7+8	62	
9+2	21	(3)			

Taula 5

Algunes de les conclusions que l'autora extreu d'aquestes dues taules de resultats són les següents:

1. Les sumes de "dobles" són de les més fàcils de memoritzar. L'ordre de dificultats que es mostra a les taules 1 i 2 és: 2+2, 5+5, 3+3, 4+4, 6+6, 10+10, 9+9, 8+8 i 7+7.
2. Les combinacions en les quals s'afegeix 1 a un nombre també són fàcils.
3. Les combinacions que van a continuació quant a dificultats són les de qualsevol nombre més 2.
4. La propietat commutativa sorgeix de la lògica natural dels infants cap als set o vuit anys.

D'altra banda, i en relació a la posició del resultat, l'autora fa constar que "6=4+1 i 4+2=6 són processos mentals molt diferents pels infants del període preoperacional, quan el seu pensament encara no es reversible".

Quant a les diferents maneres de presentar una suma en funció de la situació de la incògnita i com les resolen els alumnes, Kamii (1986, 93) presenta la següent taula:

Suma	Dificultat sobre 100	Alumnes que sumen els dos nombres	Alumnes que resten els nombres
2+6=□	10	90%	3%
□=5+2	30	70%	6%
3+□=8	41	20%	59%
□+3=9	42	24%	58%
8=□+3	46	16%	54%
7=2+□	56	41%	44%

Taula 6

Algunes conclusions importants que sorgeixen de l'anàlisi de les dades presentades en aquesta taula són:

- És més fàcil deduir el total quan es donen les dues parts ( $\bullet = 5+2$ ), que deduir una part donat el total i l'altre part ( $3+\bullet = 8$ ).
- Cal tenir en compte que la interpretació de les operacions depèn de la seva direccionalitat. Així,  $2+4=\bullet$  és més fàcil que  $2+\bullet = 6$ , perquè la primera es pot interpretar de forma unidireccional, i en la segona cal un pensament bidireccional.

### 3. Estudi de les operacions

A continuació presentem un anàlisi del que en podríem anomenar les principals dificultats intrínseques de les quatre operacions aritmètiques, les sumes, les restes, les mutiplicacions i les divisions.

Les condicions que s'han tingut en compte són fonamentalment l'ordre de magnitud dels operadors i dels resultats: nombres d'una xifra, de dues xifres, desenes i centenes exactes...

A partir de les condicions establertes s'han generat diversos tipus d'operacions que estructuraven una graduació de dificultats, algunes de les quals coincideixen amb les que en el seu moment va proposar Yàbar (1980), o les que formaven el "courseware" del projecte EAO-TOAM (Gabinet d'Ordenació Educativa, 1984; Viaplana, Baldrich i Cisneros, 1984).

En el cas del mòdul Arith2 del Clic 2, les condicions de cadascun dels tipus d'operació es poden introduir en les seccions **Primer operand**, **Segon operand** i **Resultat** de la finestra de diàleg de la configuració del mòdul Arith del Clic 2.

En els tres casos els valors seleccionables són: -9999, -1000, -999, -500, -100, -99, -50, -20, -10, -9, -5, -1, 0, 1, 5, 9, 10, 20, 50, 99, 100, 500, 999, 1000 i 9999. D'altra banda sempre és possible introduir els valors manualment amb l'opció **Un de la llista**

#### 3.1 Les sumes

##### Tipus Condicions

##### Sumands d'una xifra

- 1** **Sumands:** nombre d'una xifra (d'1 a 9) més l'1  
**Condicions del resultat:** menor que 10  
**Nombre de casos:** 15  
**Observacions:** s'inclouen les situacions commutatives com  $2+1$  i  $1+2$ . En el gràfic, A.
- 2** **Sumands:** nombres d'una xifra excepte l'1 (de 2 a 9)  
**Condicions del resultat:** menor que 10

**Nombre de casos:** 21

**Observacions:** s'inclouen les situacions commutatives com  $2+3$  i  $3+2$ , i la de nombres iguals com  $4+4$ . En el gràfic, B.

3 **Sumands:** nombres d'una xifra (d'1 a 9).

**Condicions del resultat:** menor que 10

**Nombre de casos:** 36 ( $15+21$ )

**Observacions:** agrupa els tipus 1 i 2. En el gràfic, C.

4 **Sumands:** nombres d'una xifra (d'1 a 9)

**Condicions del resultat:** igual o major que 10

**Nombre de casos:** 81 ( $36+45$ )

**Observacions:** inclou el tipus 3 i incorpora les situacions commutatives com  $5+7$  i  $7+5$ , les de nombres iguals com  $7+7$  (en el gràfic, D), les 9 que donen una desena exacta (en el gràfic, E) i les 17 en les quals se suma un nombre d'una xifra més 9 (en el gràfic, F).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

A } C  
B }  
E }  
D }  
F }

5 **Sumands:** nombre d'una xifra amb el zero inclòs (de 0 a 9)

**Condicions del resultat:** cap

**Nombre de casos:** 100

**Observacions:** inclou el tipus 4. Recordeu que la dificultat de  $0+7$  és superior a la de  $7+0$ .

**Sumands d'una o dues xifres sense el zero**

6 **Sumands:** nombre de dues xifres més nombre d'una xifra

**Condicions del resultat:** fins a 20

**Nombre de casos:** 54

**Observacions:** incorpora 9 casos de desena exacta més nombre d'una xifra.

- 7 **Sumands:** nombre de dues xifres més nombre d'una xifra  
**Condicions del resultat:** fins a 50  
**Nombre de casos:** 224  
**Observacions:** inclou el tipus 6 i incorpora 36 casos de desena exacta més nombre d'una xifra.
- 8 **Sumands:** nombre de dues xifres més nombre d'una xifra  
**Condicions del resultat:** fins al 99  
**Nombre de casos:** 765  
**Observacions:** inclou el tipus 7 i incorpora 81 casos de desena exacta més nombre d'una xifra i 81 casos del nombre 9 més un nombre de dues xifres.
- 9 **Sumands:** nombre de dues xifres més nombre d'una xifra  
**Condicions del resultat:** nombre de tres xifres limitat entre 100 i 108  
**Nombre de casos:** 45  
**Observacions:** incorpora els 9 casos que donen centena exacta.
- 10 **Sumands:** nombre de dues xifres més nombre d'una xifra  
**Condicions del resultat:** cap  
**Nombre de casos:** 810  
**Observacions:** inclou els tipus 8 i 9
- 11 **Sumands:** nombres de dues xifres fins al 20  
**Condicions del resultat:** fins a 40  
**Nombre de casos:** 121  
**Observacions:** incorpora 4 sumes de desenes exactes més desenes exactes.
- 12 **Sumands:** nombres de dues xifres fins al 50  
**Condicions del resultat:** fins a 100  
**Nombre de casos:** 1681  
**Observacions:** inclou el tipus 11 i incorpora 25 sumes de desenes exactes més desenes exactes.
- 13 **Sumands:** nombres de dues xifres (de 10 a 99)  
**Condicions del resultat:** nombre de dues xifres  
**Nombre de casos:** 3240  
**Observacions:** inclou el tipus 12 i incorpora 36 casos de desenes exactes més desenes exactes.
- 14 **Sumands:** nombres de dues xifres (de 10 a 99)  
**Condicions del resultat:** nombre de tres xifres  
**Nombre de casos:** 4860  
**Observacions:** incorpora 45 casos de desenes exactes més desenes exactes, 9 dels quals donen centenars exactes.
- 15 **Sumands:** nombres de dues xifres (de 10 a 99)

**Condicions del resultat:** cap

**Nombre de casos:** 8100

**Observacions:** inclou els tipus 13 i 14, i incorpora els 81 casos de desenes exactes més desenes exactes, els 1458 de sumes de desenes exactes amb nombres de dues xifres no desenes exactes, els 90 de sumes de nombres iguals, els 81 de sumes de nombres de dues xifres no desenes que donen com a resultat desenes exactes i els 81 que donen centenes exactes.

### **Sumands d'una, dues o tres xifres sense el zero**

**16 Sumands:** nombres de tres xifres més nombre d'una xifra

**Condicions del resultat:**

**Nombre de casos:** 8100

**Observacions:** incorpora els 81 casos de centenes exactes més nombres d'una xifra, els 729 de desenes exactes amb nombres d'una xifra i els 72 de nombres de tres xifres més nombres d'una xifra que donen com a resultat centenes exactes. Hi ha 8055 cassos donen resultats de tres xifres i 45 de quatre.

**17 Sumands:** nombres de tres xifres fins al 999 més nombre de dues xifres

**Nombre de casos:** 81000

**Observacions:** incorpora els 81 casos de centena exacta més desena exacta

**18 Sumands:** nombres de tres xifres

**Nombre de casos:** 810000

**Observacions:** incorpora els 81 casos de centenes exactes més centenes exactes, 36 dels quals donen centenes i 45 milers

## **3.2 Les restes**

### **Tipus Condicions**

#### **Minuend i subtrahend d'una xifra sense el zero**

**1 Minuend:** nombre natural d'una xifra

**Subtrahend:** nombre natural d'una xifra

**Condicions del resultat:** entre 0 i 9

**Nombre de casos:** 45

**Observacions:** hi ha 45 possibilitats, 9 d'elles donen 0 ja que el minuend i el subtrahend són iguals.

**2 Minuend:** nombre natural d'una xifra

**Subtrahend:** 0

**Condicions del resultat:** entre 0 i 9

**Nombre de casos:** 10

**Observacions:** hi ha 10 possibilitats.

#### **Minuend de dues xifres i subtrahend d'una o dues xifres sense el zero**

- 3** **Minuend:** nombre natural de dues xifres  
**Subtrahend:** nombre natural d'una xifra  
**Condicions del resultat:** entre 1 i 90  
**Nombre de casos:** 810  
**Observacions:** hi ha 810 casos, 45 dels quals donen com a resultat naturals d'una xifra i 765 casos que donen com a resultat naturals de dues xifres. Dels 810 casos, 450 són restes "portant-ne", de les quals 45 donen com a resultat nombres d'una xifra i 405 de dues xifres.
- 4** **Minuend:** nombre natural de dues xifres  
**Subtrahend:** nombre natural de dues xifres  
**Condicions del resultat:** entre 1 i 90  
**Nombre de casos:** 4095  
**Observacions:** hi ha 4095 casos, 90 dels quals donen com a resultat 0 (el minuend i el subtrahend són iguals), 765 donen com a resultat naturals d'una xifra, i 3240 que donen com a resultat naturals de dues xifres. Entre ells n'hi ha 45 que són restes en les quals el minuend i el subtrahend són desenes exactes, i 324 en les quals el minuend és una desena exacta i el subtrahend una desena inexacta.

#### **Minuend de tres xifres i subtrahend d'una, dues o tres xifres sense el zero**

- 5** **Minuend:** nombre natural de tres xifres  
**Subtrahend:** nombre natural de tres xifres  
**Condicions del resultat:** entre 1 i 900  
**Nombre de casos:** 405450  
**Observacions:** hi ha 405450 casos, 900 dels quals donen com a resultat 0 (el minuend i el subtrahend són iguals), 8055 donen com a resultat naturals d'una xifra, 76095 que donen com a resultat naturals de dues xifres, i 320400 que donen com a resultat naturals de tres xifres. Entre ells n'hi ha 45 que són restes en les quals el minuend i el subtrahend són centenes exactes i 324 en les quals el minuend és una centena exacta i el subtrahend una desena exacta.

### **3.3 Les multiplicacions**

#### **Tipus Condicions**

##### **Multiplicant i multiplicador d'una xifra sense el zero**

- 1 Multiplicand i multiplicador:** nombres naturals d'una xifra  
**Nombre de casos:** 81  
**Observacions:** hi ha 18 casos on es multiplica un nombre per 1. Hi ha 23 casos en els quals el resultat és un nombre d'una xifra i 58 en els quals és de dues xifres (8 són desenes exactes).

#### **Multiplicant i multiplicador d'una o dues xifres sense el zero**

- 2 Multiplicand i multiplicador:** nombres d'una xifra per nombres de dues xifres  
**Nombre de casos:** 810  
**Observacions:** hi ha 193 casos que donen com a resultat nombres de dues xifres (23 són desenes exactes) i 707 que donen nombres de tres xifres (120 són centenes exactes).

- 3 Multiplicand i multiplicador:** nombres naturals de dues xifres  
**Nombre de casos:** 8100  
**Observacions:** hi ha 81 casos que són multiplicacions entre desenes exactes i 819 de desenes exactes per nombres de dues xifres no desenes. En 1496 casos el resultat és un nombre de tres xifres i en 6604 de quatre.

#### **Multiplicant i multiplicador d'una, dues o tres xifres sense el zero**

- 4 Multiplicand i multiplicador:** nombres d'una xifra per nombres de tres xifres  
**Nombre de casos:** 8100  
**Observacions:** hi ha 81 casos que són multiplicacions entre desenes exactes i nombres d'una xifra, i 9 que són multiplicacions de centenes exactes per nombres d'una xifra. En 3613 casos el resultat és un nombre de tres xifres i en 4487 de quatre.
- 5 Multiplicand i multiplicador:** nombres de dues per nombres de tres xifres  
**Nombre de casos:** 8100
- 6 Multiplicand i multiplicador:** nombres naturals de tres xifres  
**Nombre de casos:** 810000

### **3.4 Les divisions**

#### **Tipus Condicions**

##### **Dividend i divisor d'una xifra**

- 1 Dividend:** nombre natural d'una xifra  
**Divisor:** nombre natural d'una xifra  
**Condicions de la divisió:** exacta  
**Nombre de casos:** 23  
**Observacions:** hi ha 9 casos amb el divisor 1, i 9 amb el dividend igual al divisor.



Els altres 6 resultats donen 3 vegades 2, 2 vegades 3 i 1 vegada 4.

### **Dividend de dues xifres i divisor d'una o dues xifres**

- 2**    **Dividend:** nombre natural de dues xifres  
**Divisor:** nombre natural d'una xifra  
**Quocient:** queda limitat entre 2 i 49  
**Condicions de la divisió:** exacta  
**Nombre de casos:** 164  
**Observacions:** hi ha 90 casos en els quals el divisor és 1, 58 on el quocient és un nombre d'una xifra (5 vegades 2, 6 vegades 3, 7 vegades 4, 8 vegades 5, 8 vegades 6, 8 vegades 7, 8 vegades 8 i 8 vegades 9) i 106 on el quocient és un nombre de dues xifres entre el 10 i el 49.
- 3**    **Dividend:** nombre natural de dues xifres  
**Divisor:** nombre natural de dues xifres  
**Quocient:** nombre natural d'una xifra  
**Condicions de la divisió:** exacta  
**Nombre de casos:** 196  
**Observacions:** hi ha 90 casos en els quals el dividend és igual al divisor i per tant el quocient és 1, i 106 on el quocient és un nombre d'una xifra (40 vegades 2, 24 vegades 3, 15 vegades 4, 10 vegades 5, 7 vegades 6, 5 vegades 7, 3 vegades 8 i 2 vegades 9).
- 4**    **Dividend:** nombre natural de tres xifres  
**Divisor:** nombre natural d'una xifra  
**Quocient:** queda limitat entre 12 i 499  
**Condicions de la divisió:** exacta  
**Nombre de casos:** 2545  
**Observacions:** hi ha 900 casos amb el divisor 1, 614 on el quocient és un nombre de dues xifres entre 12 i 99, i 1031 on és un nombre de tres xifres entre 100 i 499.

### **Dividend de tres xifres i divisor d'una, dues o tres xifres**

- 5**    **Dividend:** nombre natural de tres xifres  
**Divisor:** nombre natural de dues xifres  
**Quocient:** queda limitat entre 2 i 99  
**Condicions de la divisió:** exacta  
**Nombre de casos:** 2101  
**Observacions:** hi ha 611 casos on el quocient és un nombre d'una xifra (49 vegades 2, 66 vegades 3, 74 vegades 4, 79 vegades 5, 83 vegades 6, 85 vegades 7, 87 vegades 8 i 88 vegades 9) i 1490 on és de dues xifres entre 10 i 99.
- 6**    **Dividend:** nombre natural de tres xifres  
**Divisor:** nombre natural de tres xifres  
**Quocient:** queda limitat entre 2 i 9

**Condicions de la divisió:** exacta

**Nombre de casos:** 1931

**Observacions:** hi ha 900 casos en els quals el dividend és igual al divisor i per tant el quocient és 1. Els altres quocients són 400 vegades 2, 234 vegades 3, 150 vegades 4, 100 vegades 5, 67 vegades 6, 43 vegades 7, 25 vegades 8 i 12 vegades 9.

## 4. Fonaments curriculars

Selecció de les referències al càlcul mental i a l'ús de la tecnologia de la informació incloses al Decret 95/112, de 28 d'abril, pel qual s'estableix la nova ordenació curricular de l'educació primària, i al Segon nivell de concreció, ofert pel Departament d'Ensenyament (Departament d'Ensenyament, 1992)

### 4.1 Decret 95/112, de 28 d'abril, pel qual s'estableix la nova ordenació curricular de l'educació primària.

#### Àrea de Matemàtiques

##### Objectius generals

4. Usar habitualment el càlcul mental o mitjans tècnics (calculadora, ordinadors) selectivament, amb preferència sobre el càlcul escrit.
5. Predir aproximadament el resultat, comprovar l'existència de la diversitat de camins de resolució, saber seleccionar-ne un i valorar el resultat respecte del càlcul.
6. Comprendre les operacions aritmètiques (concepte i algorisme) i conèixer com i quan s'ha d'utilitzar una operació específica.

##### Continguts

###### · Procediments

3. Anàlisi, estimació i tempteig.
  - 3.1. Predicció de resultats usant tots els mecanismes i punts de referència, a partir d'una situació i condicions determinades que relacionen unes dades.
  - 3.2. Recerca del resultat temptejant més d'una solució.
  - 3.3. Verificació del resultat i modificació, si cal, de la predicció a partir de l'error observat.

###### · Fets, conceptes i sistemes conceptuals

1. Nombres naturals. Operacions.
  - 1.1. Valor cardinal del nombre i posicional de les xifres.

1.2. Addició, subtracció, multiplicació i divisió.

1.3. Propietats en l'addició i multiplicació: commutativa, associativa i distributiva

· Actituds, valors i normes

3. Recreació mitjançant l'ús d'elements lúdics que comportin un treball matemàtic.
4. Organització del treball: plantejament, resolució, verificació dels resultats i valoració de llur significat.
5. Valoració positiva del propi esforç per arribar a resoldre una situació matemàtica.
6. Consideració de l'error com a estímul per a noves iniciatives.
7. Adquisició d'una progressiva autonomia en la recerca d'ajuts, d'eines, com també en la valoració del propi treball.
8. Ús adequat dels mitjans tècnics de càlcul i representació i valoració dels seus resultats.

### **Objectius terminals**

3. Efectuar les operacions d'addició, subtracció, multiplicació i divisió:
  - Mentalment, amb nombres naturals de forma exacta i aproximada.
  - Per escrit, amb nombres naturals menors de 4 xifres.
  - Amb calculadora.
4. Raonar els algorismes de l'addició, subtracció i multiplicació, utilitzant la descomposició d'un nombre natural en suma.
5. Aplicar la descomposició de nombres en suma i producte, o d'altres propietats que ajudin a operar mentalment.
6. Usar la commutativitat, l'associativitat de l'addició i de la multiplicació i la distributivitat de l'addició respecte de la multiplicació per facilitar el càlcul.
7. Interpretar les igualtats com a operacions equivalents.
8. Buscar els termes desconeguts en una expressió d'igualtat.
9. Descriure una operació com una transformació, i indicar la transformació inversa.
12. Llegir, escriure, representar i ordenar nombres naturals, fraccionaris i decimals.
14. Utilitzar les relacions conegudes entre nombres per predir aproximadament els resultats d'operacions aritmètiques, comprovar si el resultat predit és la solució de l'operació i modificar, si cal, la predicció feta a partir de l'error observat.
52. Explorar, amb calculadora o ordinador, determinades propietats aritmètiques i regularitats numèriques interessants.

## **4.2 Segon nivell de concreció, ofert pel Departament d'Ensenyament per orientar al centres en el seu procés d'elaboració. Selecció i adaptació de referències al càlcul mental.**

### **CICLE INICIAL**

#### **Procediments**

Observació, manipulació i experimentació

2. Composició i descomposició de nombres.

Relacions: comparació, equivalència i ordre

3. Relacions d'equivalència entre nombres.

Anàlisi, estimació i tempteig

5. Predicció aproximada del resultat d'operacions.

Utilització de tècniques: algorismes, càlcul mental, instruments i construccions

9. Càlcul mental.
10. Algorismes de l'addició i de la subtracció.

### **Fets i conceptes**

Nombres naturals, operacions

Equivalència i ordre

3. Equivalència entre nombres.

Transformacions: operacions

5. Interpretació de l'operació com a transformació.
6. Addició.
7. Subtracció.
8. Multiplicació.

Representacions

1. Símbols de les relacions d'igualtat, desigualtat, superioritat i inferioritat, i de les operacions d'addició, subtracció i multiplicació ( $=$ ,  $\neq$ ,  $>$ ,  $<$ ,  $+$ ,  $-$ ,  $\times$  i  $*$ ).

### **Actituds, valors i normes**

2. Recreació, mitjançant l'ús, d'elements lúdics que comportin un treball matemàtic.
3. Interès per l'intercanvi d'informacions, argumentacions, experiències, etc. amb els companys i les companyes i els professors i les professores.
4. Valoració positiva del propi esforç per arribar a resoldre una situació matemàtica.
5. Consideració de l'error com a estímul i element informatiu per a noves iniciatives.

### **Objectius referencials de Procediments i Fets, conceptes i sistemes conceptuals.**

Nombres naturals, operacions

Seguir, de forma correcta i ordenada, les passes indicadores d'una igualtat.

Reconèixer els passos d'una transformació numèrica.

Trobar el tercer terme d'una transformació donats els altres dos.

Reconèixer experimentalment que l'addició i la subtracció són operacions

inverses.

Reconèixer el símbol + com a indicador de l'addició, el símbol - com a indicador de la subtracció i els símbols  $\times$  i  $*$  com a indicadors de la multiplicació.

Automatitzar les sumes de dos nombres amb resultat igual a 10 i utilitzar tècniques per fer càlcul mental amb nombres més alts (arrodoniment, compensació...).

Calcular sumes de tota mena i restes sense portar-ne, presentades de forma horitzontal o vertical, amb nombres fins a tres xifres, amb reforç de material mentre sigui necessari.

Calcular mentalment resultats d'operacions i de problemes i compondre i descompondre nombres fins a 25 (o més grans si són acaven en 5 o en 0).

### **Objectius referencials d'Actituds, valors i normes**

Inclinar-se a debatre les descobertes i solucions de problemes amb els companys i les companyes i els professors i les professores.

Reaccionar davant les situacions amb autonomia personal progressiva i acceptar els ajuts que es considerin necessaris.

Esforçar-se per resoldre situacions matemàtiques acceptant l'error com a estímul per donar continuïtat al treball.

## **CICLE MITJÀ**

### **Procediments**

Observació, manipulació i experimentació

2. Composició i descomposició de nombres naturals, en sumes i en productes.

Relacions: comparació, equivalència i ordre

4. Descomposicions equivalents.

Anàlisi, estimació i tempteig

6. Predicció aproximada del resultat d'operacions.

Utilització de tècniques: algorismes, càlcul mental, instruments i construccions

10. Càlcul mental.

11. Anàlisi del mecanisme i del resultat de les operacions bàsiques.

12. Algorismes de les operacions addició, subtracció portant-ne, multiplicació i divisió per nombres de dues xifres.

14. Descomposició (mental i per escrit) de nombres naturals en addició, subtracció, multiplicació i divisió de dos o més nombres.

### **Fets i conceptes**

Nombres naturals i fraccionaris. Operacions

Equivalència i ordre

5. Sumes equivalents: propietats commutativa i associativa de l'addició.
6. Productes equivalents: propietats commutativa i associativa de la multiplicació.
8. Símbols de les relacions numèriques ( $=$ ,  $\neq$ ,  $<$ ,  $>$ ) i de totes les operacions estudiades (per a la divisió  $:$ ,  $\div$  i  $/$ ) i parèntesi per indicar prioritats d'operacions.

Transformacions: operacions

9. Multiplicació. Divisió.
10. Les relacions entre els elements de la subtracció. La subtracció com a operació inversa de l'addició.
11. Les relacions entre els elements de la divisió exacta. La divisió com a operació inversa de la multiplicació.
12. La transformació d'igualtats aplicant el mateix operador en addicions, subtraccions i multiplicacions.
13. L'element neutre de l'addició i de la multiplicació.

### Actituds valors i normes

1. Interrogació i investigació davant de qualsevol situació, problema o informació contrastable.
4. Interès per l'intercanvi d'informacions, argumentacions, experiències, etc. amb els companys i les companyes i el professorat.
6. Valoració positiva del propi esforç per arribar a resoldre una situació matemàtica.
7. Adquisició d'una progressiva autonomia en la recerca d'ajuts i d'eines, i en la valoració del treball propi.
8. Consideració de l'error com a estímul i element informatiu per a iniciatives noves.

### Objectius referencials de Procediments i Fets, conceptes i sistemes conceptuals

Nombres naturals i fraccionaris. Operacions

- Construir i utilitzar materials i taules per sumar i restar portant-ne.
- Aplicar la relació  $\text{minuend} = \text{subtrahend} + \text{diferència}$  per comprovar el resultat de les subtraccions i resoldre operacions.
- Fer càlcul mental sumant i restant nombres d'una i de dues xifres utilitzant relacions i propietats.
- Construir i utilitzar materials i taules de multiplicar (fins a  $10 \times 10$ ) i utilitzar-los per calcular productes i quocients i aprendre'n els algorismes.
- Fer càlcul mental multiplicant i dividint nombres d'una o de dues xifres per nombres d'una.
- Trobar mentalment l'element o el símbol que manca en una multiplicació o en una divisió indicades.
- Aplicar la relació  $\text{dividend} = \text{divisor} \times \text{quocient}$  per comprovar el resultat de divisions exactes i resoldre operacions.
- Multiplicar per la unitat seguida de zeros nombres d'una, dues o tres xifres.
- Reconèixer que la multiplicació de dos factors i la divisió exacta són operacions inverses, i utilitzar-ho per resoldre i comprovar els càlculs.

Seguir, de forma correcta i ordenada, les passes indicades d'una igualtat en què intervinguin parèntesis.

### **Objectius referencials d'Actituds, valors i normes**

Ser curiós/a per descobrir les regles del joc matemàtic, esforçar-se a respectar-les, valorar les estratègies personals i interessar-se per les que usen els companys i les companyes.

Habituar-se a debatre les descobertes i solucions de problemes amb els companys i les companyes i el professorat.

Acceptar la necessitat d'argumentar allò que s'ha fet.

Reaccionar davant de les situacions amb progressiva autonomia personal i acceptar els ajuts, quan hom els consideri necessaris.

Ser constant en la realització del treball i considerar l'error com a estímul.

## **CICLE SUPERIOR**

### **Procediments**

Anàlisi, estimació i tempteig

7. Elaboració d'esquemes propis per aplicar les propietats de les operacions i descobrir regles que ajudin a operar mentalment.
8. Predicció del resultat de les operacions.

Utilització de tècniques: algorismes, càlcul mental, instruments i construccions

18. Descomposició, mental i escrita, de nombres naturals en suma, resta, producte o quocient de dos o més nombres i en combinació de diverses operacions.
20. Càlcul mental d'operacions amb nombres naturals, aproximant el resultat.
21. Automatització dels algorismes escrits de l'addició, de la subtracció, de la multiplicació i de la divisió, amb nombres naturals.
27. Automatització dels algorismes d'addició, subtracció i multiplicació de nombres decimals, i de divisió d'un nombre decimal per un de natural.

### **Fets, conceptes i sistemes conceptuals.**

Nombres fraccionaris i decimals. Operacions

Equivalència i ordre

16. El nombre natural com a suma o producte d'altres nombres naturals.
18. Sumes i productes equivalents. Propietats: commutativa i associativa de l'addició i de la multiplicació i distributiva de la multiplicació respecte de l'addició.

Transformacions: operacions

29. Aplicacions de les propietats de les operacions: conservació de la igualtat.

### **Objectius referencials de Procediments i Fets, conceptes i sistemes conceptuals**

## **Nombres fraccionaris i decimals. operacions**

- Utilitzar la descomposició d'un nombre natural (en base deu) i les propietats de les operacions en  $\mathbb{N}$  per a la comprensió dels algorismes de l'addició, de la subtracció, de la multiplicació i de la divisió.
- Expressar nombres naturals en forma de suma, de resta, de producte o de quocient d'altres dos nombres naturals.
- Expressar el resultat d'una operació (addició, subtracció, multiplicació, divisió i potència) mitjançant una igualtat.
- Determinar quines són les operacions que cal fer primer i l'ordre a seguir en una expressió aritmètica en què figuren diverses operacions.
- Efectuar mentalment, per escrit i amb calculadora, sumes, restes i multiplicacions amb nombres naturals i decimals.

## **Objectius referencials d'Actituds, valors i normes**

- Interessar-se per les regles del joc matemàtic esforçant-se en trobar estratègies personal i apreciar les que utilitzen els companys o les companyes.
- Habituar-se a intercanviar i argumentar les descobertes i solucions de problemes utilitzant progressivament el llenguatge matemàtic amb precisió.
- Reaccionar amb progressiva autonomia davant situacions matemàtiques seleccionant els mitjans adients.

## **Annex 1. Sobre les taules**

La construcció de les anomenades taules (de sumar o de multiplicar) a partir de la utilització de materials és una activitat molt adequada i interessant de fer als cicles inicial i mitjà. Ara bé, la construcció de les taules, l'observació de regularitats i curiositats, la pràctica d'endevinar alguns resultats o els nombres que els generen, etc., no vol dir memoritzar-les recorrent a les tradicionals cantarelles -tècniques de repetició i d'associació verbal-.

L'experiència docent i algunes investigacions han posat de manifest que un aprenentatge memorístic de les taules de sumar no implica la correcta resolució de problemes.

D'altra banda una pràctica comprensiva de la suma, l'aplicació i raonament d'estratègies, la comparança entre situacions semblants, la consciència del mètode emprat, la composició i descomposició de nombres, l'estudi de nombres particulars, el càlcul mental en bateria i altres, porten a un aprenentatge memorístic de les principals sumes sense haver de recórrer a les cantarelles. Com bé diu Brissiaud (1993, 166) les cantarelles són una reminiscència de les èpoques en les quals l'alumnat no tenia ni paper ni llapis, i possiblement tampoc llibres, i l'ensenyament es feia per transmissió oral.



Mialaret (1984, 43-44) diu que "cada operació ha de ser coneguda en totes les seves formes:  $5+3=8$ ,  $3+5=8$ ,  $8-5=3$ ,  $8-3=5$ . Els nens han d'arribar a dominar de forma automàtica les següents taules de resultats:

$1+1=2$	$7=7+0=6+1=5+2=4+3$
$3=2+1=3+0$	$8=8+0=7+1=6+2=5+3=4+4$
$4=4+0=3+1=2+2$	$9=9+0=8+1=7+2=6+3=5+4$
$5=5+0=4+1=3+2$	$10=10+0=9+1=8+2=7+3=6+4=5+5$
$6=6+0=5+1=4+2=3+3$	

Una vegada coneguts aquests resultats es poden practicar a mesura de les adquisicions, exercicis de reagrupament (...). L'estudi de les operacions que `articulen` desenes constitueix una altra etapa. Abans d'anar més lluny, la base sòlida a construir és la formada per l'estudi dels 20 primers nombres".

Quant a les taules de multiplicar, el mateix autor (Mialaret, 1984, 49-50) diu que "els coneixement de tots aquests productes [la taula pitagòrica de  $9 \times 9$ ] ha de ser el resultat, a la vegada, d'un treball de reflexió sobre les estructures del nostre sistema decimal i d'un aprenentatge sistemàtic. Ambdues han de desenvolupar-se simultàniament perquè la comprensió ajudi a la memorització i que la memorització permeti aproximacions i, gràcies a elles, una major comprensió".

D'altra banda presenta el resultat de diverses investigacions seves i d'altres autors en les quals es posa de manifest que l'ordre de dificultat d'aprenentatge de la taules de multiplicar, de més fàcil a més difícil és: 1, 2, 5, 3, 0, 4, 6, 7, 9 i 8.

Així mateix presenta la següent taula d'ordre descendent de dificultats en el resultat dels productes:

Resultat	% errors	Resultat	% errors	Resultat	% errors
14	3	81	7	38	16
6	4	2	7	36	17
8	4	9	7	32	19
10	4	21	8	42	20
15	4	30	8	63	25
25	4	18	9	49	26
5	5	35	9	72	27
7	5	45	9	48	28
3	6	40	10	54	30
4	6	0	11	64	30
12	6	88	12	56	35
16	6	24	14		
20	6	27	16		

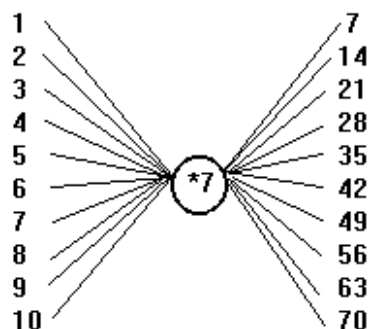
Churchill (1965, 174) diu que "hi ha 81 fets bàsics d'addició [9x9], i associats a cadascun hi ha dos fets de subtracció, amb excepció dels dobles, per exemple,  $3+3=6$ , amb el què s'arriba a 234 fets en total. Però l'infant al qual s'ha ensenyat a pensar racionalment, arribarà a adonar-se'n que només necessita aprendre-se'n de memòria 45. Si un fet d'addició, per exemple  $4+2=6$ , és conegut, també poder ser-ho els fets  $2+4=6$ ,  $6-2=4$ , tot i que molts infants no se n'adonaran. Dit d'una altra manera, es podria expressar que la relació 2, 4, 6 pot mostrar-se de diverses maneres, o sigui:

$$\begin{array}{cccc}
 2+4=6 & 6=2+4 & 6-2=4 & 2+4=4+2 \\
 4+2=6 & 6=4+2 & 6-4=2 & 4+2=2+4.
 \end{array}$$

Si es vol, però, coherència entre les taules de multiplicar i l'estructura de les operacions presentades com a transformacions o com a màquines (entrada→operador→sortida), s'hauria de vetllar pel manteniment de la constància de l'operador, trencant la tradició de la rutina de la cantarella: "set per una és set, set per dos catorze...".

Així, la taula del 7 hauria de ser:

entrada	operador	sortida
•	→ *7	→ •
nombre	transformació	resultat



1	* 7	=	7	"ú per set, set"
2	* 7	=	14	"dos per set, catorze"
3	* 7	=	21	"tres per set, vint-i-ú"
4	* 7	=	28	"quatre per set, vint-i-vuit"
5	* 7	=	35	"cinc per set, trenta-cinc"
6	* 7	=	42	"sis per set, quaranta-dos"
7	* 7	=	49	"set per set, quaranta-nou"
8	* 7	=	56	"vuit per set, cinquanta-sis"
9	* 7	=	63	"nou per set, seixanta-tres"
10	* 7	=	70	"deu per set, setanta"

## Bibliografia

BRISSIAUD, R. (1993) *El aprendizaje del cálculo. Más allá de Piaget y de la teoría de los conjuntos*. Madrid: Visor.

CASTRO, E.; RICO, L.; CASTRO, E. (1987) *Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid: Síntesis.

CARPENTER, T. P.; MOSER, J. (1983) "The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts". A: LESH, R.; LANDAU, M. *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. London: Academic Press.

CHURCHILL, E. M. (1965) *Contando y midiendo*. Mèxic: UTHEA.

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992) *Educació Primària. Currículum*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

- DIKSON, L.; BROWN, M.; GIBSON, O. (1991) *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: MEC-Labor.
- FERNÁNDEZ, J. E. (1994) "Cálculo mental y didáctica". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 34, pp. 10-16.
- FERNÁNDEZ, S.; GOÑI, J. M. (1994) "El cálculo en la educación matemática para la sociedad de la comunicación". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 34, pp. 5-9.
- GABINET D'ORDENACIÓ EDUCATIVA (1984 ) *EAO-TOAM. Col·lecció d'exercicis corresponents als temes 1 a 13 i 15*. Barcelona: Departament d'Ensenyament, Gabinet d'Ordenació Educativa, Nucli d'EAO (document fotocopiado).
- GIMENÉZ, J.; GIRONDO, L. (1990) *Càlcul a l'escola. Reflexions i propostes*. Barcelona: Graó.
- IRRSAE PIEMONT (1993) *Matemàtiques. Propostes Didàctiques*. Vic: EUMO.
- KAMII, C. K. (1986) *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones a la teoría de Piaget*. Madrid: Visor.
- MASSIP, R.; GIRONDO, L. (1993) "Treball sistemàtic de càlcul mental al cicle inicial" A: Actes de les I Jornades de Didàctica de les matemàtiques. Reus: APMCM.
- MAZA, C. (1991) *La suma y la resta*. Madrid: Síntesis.
- MAZA, C. (1991) *La multiplicación y división*. Madrid: Síntesis.
- MIALARET, G. (1984) *Las Matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Madrid: Visor.
- QUINTANA, J. (1986) *Sobre les sumes*. Barcelona: Departament d'Ensenyament, Gabinet d'Ordenació Educativa, Nucli d'EAO (document fotocopiado).
- RESNICK, L. B.; FORD, W. W. (1990) *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Madrid: Labor, Barcelona: Paidós.
- TORRA, M. (1992) "El càlcul mental i la calculadora". A: DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992) *Exemples d'unitats de programació 2. L'Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- VIAPLANA, J. M.; BALDRICH, J.; CISNEROS, F. (1984) "L'Ensenyament Assistit per Ordinador (EAO)". *Butlletí dels Mestres*, núm. 188, pp. 27-31.
- YABAR, J. M. (1980) "Les màquines de calcular i l'aprenentatge de càlcul mental a la 1a etapa d'EGB". *L'Escaire*, núm. 6, pp. 5-13.